ECOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES
ECOLE CENTRALE DE LYON

ECOLE SUPERIEURE D'ELECTRICITE
ECOLE SUPERIEURE D'OPTIQUE

M

Concours d'Admission 1975

DEUX pages dactylographiées

MATHEMATIQUES II

1°) Soit E un espace vectoriel euclidien orienté rapporté à une base orthonormée directe $b = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. *On définit un vecteur* $\vec{I}$ *par :*

$$\vec{I} = (\vec{i}\cos t + \vec{j}\sin t)\cos 2t + \vec{k}\sin 2t.$$

Déterminer le vecteur $\vec{J}$ *qui est : normé, orthogonal à* $\vec{I}$, *situé dans le plan défini par* $\vec{i}$ *et* $\vec{j}$ *et égal à* $\vec{i}$ *pour* $t=\pi/2$.

Déterminer le vecteur $\vec{K}$ *défini par :* $\vec{K} = \vec{I} \wedge \vec{J}$.

2°) Un espace affine A est associé à E. ; A est rapporté au repère $(O; \vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
Un solide S est mobile par rapport à A; S est fixe par rapport au repère $(O'; \vec{I},\vec{J},\vec{K})$;
la base $B=(\vec{I},\vec{J},\vec{K})$ *a été définie dans la première question ; O' est défini par :*

$$\overrightarrow{OO'} = a\cos 3t\ \vec{i} - a\sin 3t\ \vec{j} + \frac{9a}{4}\sin 4t\ \vec{k}.$$

t désigne le temps, a est une constante positive non nulle.

Déterminer le vecteur rotation instantanée $\vec{\Omega}(t)$ *dans les bases b et B.*

Déterminer la vitesse de translation.

3°) Soit D(t) l'axe central du torseur T des vitesses des points de S à l'instant t.

Déterminer D(t) relativement au repère de A, en exprimant x et y en fonction de z et de t ; montrer que, pour tout point m(x,y,z) de D(t), on peut écrire :

$$\overrightarrow{Om} = z\,\vec{\Omega}(t) + \vec{u}(t).$$

Soit f(t) une fonction dérivable de t et soit (c) la courbe engendrée par le point p(t) défini par : $\overrightarrow{Op} = f(t)\,\vec{\Omega}(t) + \vec{u}(t)$.

Montrer qu'il existe une fonction f(t) telle que la droite D(t) soit la tangente à (c) en p(t) ; calculer les coordonnées de p(t).

Soit (γ) *la projection orthogonale de (c) sur le plan* $(O;\vec{i},\vec{j})$; *quels sont les éléments de symétrie de* (γ) *? Tracer* (γ) *avec soin.*

Quels sont les points singuliers de (c) ? Calculer la longueur de (c).

4°) Déterminer D(t) relativement au repère de S en exprimant X et Z en fonction de Y et de t ; montrer que, pour tout point $M(X,Y,Z)$ de D(t), on peut écrire :

$$\overrightarrow{O'M} = \frac{1}{2} Y \vec{\Omega}(t) + \vec{U}(t).$$

Montrer qu'il existe une fonction F(t), dérivable, telle que la droite D(t) soit la tangente en P(t) à la courbe (C) ; (C) étant la courbe engendrée par P(t) qui est défini par : $\overrightarrow{O'P}(t) = \frac{1}{2} F(t) \vec{\Omega}(t) + \vec{U}(t)$.

Calculer les coordonnées de P(t) ; tracer la projection orthogonale (Γ) de (C) sur le plan $(O';\vec{I},\vec{K})$; préciser les éléments de symétrie de (Γ).

Quels sont les points singuliers de (C) ? Calculer la longueur de (C).

5°) Montrer que les points p(t) et P(t) définis dans les questions 3 et 4 sont confondus à l'instant t.

Que peut-on dire du torseur T aux instants où les points p et P sont chacun en un point singulier de (c) et de (C) respectivement ?

6°) Montrer qu'il existe dans S quatre points tels que la trajectoire de chacun d'eux soit située dans un plan contenant $(O;\vec{k})$; on pourra utiliser le fait que les fonctions cost, sint, cos3t et sin3t sont linéairement indépendantes.

F I N

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail